

## Übung 9

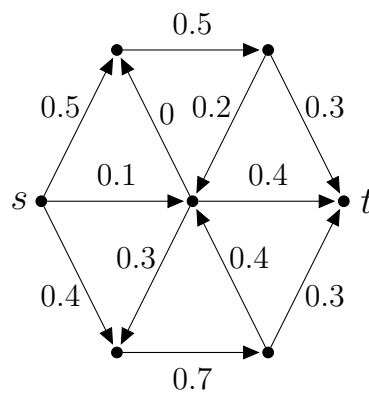
Ausgabe: 11.12.2019

Abgabe: 18.12.2019

### Aufgabe 9.1.

(4 Punkte)

Gib eine Pfadzerlegung für die folgende fraktionale Lösung für ein  $s$ - $t$ -Paar im ROUTING Problem an:



### Aufgabe 9.2. $max$ -INDEPENDENT-SET

(3 Punkte)

Wir haben am Beispiel eines vollständigen Graphen gesehen, dass für (ungewichtetes)  $max$ -INDEPENDENT-SET die Integralitätslücke mindestens  $\frac{n}{2}$  ist, wobei  $n$  die Knotenzahl des Eingabegraphen bezeichnet. Zeige, dass die Integralitätslücke genau (also auch höchstens)  $\frac{n}{2}$  ist.

*Hinweis:* Betrachte die Fälle  $OPT = 1$  und  $OPT \geq 2$  separat.

Bitte wenden!

**Aufgabe 9.3.**

(4 Punkte)

Bestimme das duale LP ( $D$ ) für das folgende primale LP ( $P$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiere} & -7x_1 + 11x_2, \\ \text{sodass} & x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ & 2x_1 + x_2 = 5 \\ & 3x_1 + x_2 \leq -5 \\ & x_1 \leq 0 \end{array}$$

*Hinweis:* Die Ungleichungen  $(c_j - y^T a^j)x_j \geq 0 \forall j$ , und  $y_i(a_i^T x - b_i) \geq 0 \forall i$  können behilflich sein.

**Aufgabe 9.4. Lineare Programmierung**

(6 Bonuspunkte)

a) Betrachte die LP-Relaxierung der IP-Formulierung des max-SAT-Problems und bestimme *alle optimalen* fraktionalen Lösungen für die folgenden Instanzen:

(i)  $(x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2)$

(ii)  $(x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_4)$

b) Betrachte den Algorithmus mit randomisiertem Runden (Algorithmus 3 im Skript). Für welche optimalen fraktionalen Lösungen für (ii) erhalten wir die höchste erwartete Anzahl erfüllter Klauseln?